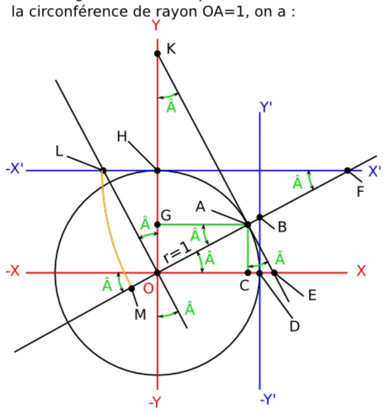
http://www.saintpoint.org/

Rappel de Mathématique, le Cosinus : Cercle trigonométrique sur un plan.

Pour l'angle AOD,mesuré par l'arc DA dans
la circonférence de rayon OA=1, on a :



Ci-contre le **cercle trigonométrique** sur un plan :

Les termes en gras-souligné sont des règles trigonométriques.
le cercle trigonométrique ne fonctionne que dans un repère orthonormé. C'est à dire :
1) **Les droites -XX et -YY sont sur** un plan (**espace euclidien**).
2) **Les droites -XX et -YY** qui se croisent en O **sont** perpendiculaires (**orthogonales**).
3) Les longueurs **OD et OH**, sont **égales au rayon** et de **longueur 1**.
4) **Le cercle trigonométrique**, passe donc par les points D, A, H, il **a son centre en O**, intersection des droites -XX et -YY.

cosinus d'un triangle rectangle incrit dans le cercle trigonométrique (ici AOC)

L'angle pris pour référence étant l'angle, noté Â, ayant son sommet en O, entre l'axe -XX et le droite OA (OA=hypothénuse de longueur 1)

1) Le **cosinus d'un angle** est le **rapport** du **coté adjacent** à l'angle **diviser par l'hypoténuse** de l'angle (= rayon pour les longueurs inscrites dans le cercle). Pour l'angle Â **on écrit cos(Â)**
Pour le triangle AOC inscrit dans le cercle on a : cos(Â)=OC÷r ;=OC÷OA ; =OC÷OD ; =OC÷OH et dans le triangle OAG : cos(Â)=GA÷r ;=GA÷OA ; =GA÷OD ; =GA÷OH

Mais (si on y regarde bien,) on retrouve aussi cos(Â) :
dans le triangle BOD : cos(Â)=OD÷BO ; dans le triangle EOA : cos(Â)=OA÷EO ; dans le triangle EAC : cos(Â)=AC÷EA ;
dans le triangle OFH : cos(Â)=FH÷OF ; dans le triangle LOH : cos(Â)=OH÷LO ; dans le triangle LFO : cos(Â)=FO÷LF ;
dans le triangle EKO : cos(Â)=KO÷EK ; dans le triangle OKA : cos(Â)=KA÷OK ; dans le triangle AKG : cos(Â)=KG÷AK ;
=> ces rapports de longueur expriment tous le cosinus de l'angle Â. ;

cos(Â), est un **coefficient de proportionnalité entre deux segments** formant un angle Â, il n'a pas d'unité, (ce qui veut aussi dire que le rayon et le coté adjacent à Â doivent avoir la même unité de mesure).
=> on peut dire **si rayon = OA = OD = OH = 1**, que le cosinus de Â représente la longueur **OC (ou GA) = cos(Â)**.

Le cosinus d'un angle est la projection sur un axe parallèle au coté adjacent, du rayon d'un cercle égale à l'hypoténuse. Cette projection se faisant suivant la direction du coté opposé.
Ex 1 : Pour le triangle AOC, le cosinus d'un angle Â est la projection sur un axe parallèle au coté adjacent OC, du rayon d'un cercle égale à l'hypoténuse OA. Cette projection se faisant suivant la direction du coté opposé AC.
Ex 2 : Pour le triangle LFO, le cosinus d'un angle Â (=arc LM) est la projection sur un axe parallèle au coté adjacent OF, du rayon d'un cercle égale à l'hypoténuse LF. Cette projection se faisant suivant la direction du coté opposé LO.

Connaitre le cosinus de angle Â et la longueur de l'hypoténuse (=rayon du cercle) d'un angle Â, **permet de calculer** maintenant, pour tous les angles Â trouvés sur le dessin, la **longueur du coté adjacent.** Ou l'inverse connaissant le coté adjacent et l'angle Â on calculera l'hypoténuse.
Ex : la longueur GA = OC est égale = rayon(OA)×cos(Â) ou rayon(OA) = GA÷cos(Â) = OC÷cos(Â), etc...

En pratique

Pour faire une analogie concrète au cosinus :
Un rectangle OCAG a une diagonale OA(=GC)=1 (pris comme unité). Le coté adjacent OC=GA mesure 0.866, soit environ ((√3)÷2)×diagonale OA. (Voir Sinus pour démo inverse)

D'après Pythagore, $OA=\sqrt{(OC^2+AC^2)}$ => $OA=1=\sqrt{(((\sqrt{3})\div 2)^2+CA^2)}=\sqrt{((3\div 4)+CA^2)}=\sqrt{(0{,}75+CA^2)}$ => $CA^2=0{,}25$. (Puisque OA=1)

Donc $CA^2=0{,}25$ => $CA=\sqrt{(0.25)}=0.5$.

Pour info cet angle correspond à un arc de π/6 rd (radian) soit (180÷π)×(π÷6)=30°.
Puisque OC est notre coté adjacent à Â, OC est le cosinus de l'angle Â, on le vérifie ici ((√3)÷2)÷1 =(√3)÷2 = cos(Â) =coté adjacent r/r hypoténuse.

APPLICATION RÉELLE exemple avec un toit :
Un pan de toiture, de longueur (n×OA puisque OA=1), est en pente par rapport à une l'horizontale, la hauteur du dénivelé de ce toit (n×AC puisque OA=1) est de :
longueur du rampant du toit (= projection verticale du toit =n×OA)× cos(angle du toit r/r horizontale) = n×(OA×cos(Â)) = n×AC.

Application numérique :
=> Si le rampant du toit a une longueur de 10 mètres (10×OA), que l'angle du toit est Â avec cos(Â)=(√3)÷2, la longueur du plancher couvert (10×OC) est de 10×(OA×cos(Â)) = 10×((√3)÷2) =8,66 =10×OC.
Vérification cos(Â)=[longueur du plancher couvert (=coté adjacent)]÷[longueur du rampant du toit (=hypoténuse)] =10×((√3)÷2)÷10 =(√3)÷2. Nous retrouvons bien notre cos(Â) !
=> On constate que les deux termes OA et OC ont le même multiplicateur, (n×OA)÷(n×OC)=OA÷OC. ce qui nous ramène bien au cercle trigonométrie OA =rayon =1

Pour connaitre l'angle Â en radian il faut passer par :

- l'équation du cercle $(x^2\div a^2)+(y^2\div b^2)=1$, soit pour le cercle trigonométrique $(\cos^2(Â))+(\sin^2(Â))=1$. Ce point sera expliquer dans un autre formulaire (équation de l'éllipse ou du cercle = éllipse particulière).

- ou Pythagore $OA^2=OC^2+AC^2$. Puisque notre rayon est OA et qu'il est égale à $1=(\cos^2(Â))+(\sin^2(Â))$. ~~Tiens on trouve pareil dans les deux cas !~~ Ce point sera expliquer dans un autre formulaire Pythagore.

Le plus simple est, ici, de lire la correspondance cos(Â) => Â dans une table, ou de le faire calculer par une calculatrice !